

Сокачев А. В., Сысоев О. Е., Марьин Б. Н., Тарасов В. А., Шпорт Р. В., Старцев С. В.
A. V. Sokatchev, O. Ye. Sysoyev, B. N. Maryin, V. A. Tarasov, R. V. Shport, S. V. Startsev

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННОГО КОМПОЗИТНОГО СТЕРЖНЯ ЗАМКНУТОГО КОНТУРА ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

DETERMINIGN STRESS CONDITIONS OF A THIN-WALLED COMPOSITE ROD WITH A CLOSED CROSS-SECTION BOUNDARY

Сокачев Алексей Валентинович – генеральный директор ЗАО «СТРОЙСТАЛЬ» (Россия, Комсомольск-на-Амуре); +7(909)8640475. E-mail: stroistal55@mail.ru.

Mr. Aleksey V. Sokachev – Director General, ZAO “STROYSTAL” (Russia, Komsomolsk-on-Amur); +7 (909) 8640475. E-mail: stroistal55@mail.ru.

Сысоев Олег Евгеньевич – доктор технических наук, профессор, декан факультета кадастра и строительства Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); +7(4217) 241-141. E-mail: fks@knastu.ru.

Mr. Oleg Ye. Sysoyev – Dr.habil. of Engineering, Professor, Head of the Department of Cadastre and Civil Engineering, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); +7 (4217) 241141. E-mail: fks@knastu.ru.

Марьин Борис Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Машиностроение и металлургия» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 8(914)177-87-55. E-mail: maryinsb@mail.ru.

Mr. Boris N. Maryin – Dr.habil. of Engineering, Professor, Department of Mechanical Engineering and Metallurgy, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); +7 (914) 778755. E-mail: maryinsb@knastu.ru.

Тарасов Владимир Алексеевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технологии ракетно-космического машиностроения» Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана (Россия, Москва); 8(967)-229-97-66. E-mail: tarasov_va@mail.ru.

Mr. Vladimir A. Tarasov – Dr.habil. of Engineering, Professor, Head of the Department of Rocket and Space Engineering, N.E.Baumann Moscow State Technical University (Russia, Moscow); 8 (967) 2299766. E-mail: tarasov_va@mail.ru.

Шпорт Роман Вячеславович – кандидат технических наук, заместитель первого вице-президента по производству ЗАО «Гражданские самолеты Сухого» (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: R_Shport@scac.ru.

Mr. Roman V. Shport – PhD in Engineering, Deputy First Vice-President, ZAO “Sukhoi Civil Aircrafts” (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: R_Shport@scac.ru

Старцев Сергей Владимирович – магистр кафедры «Машиностроение и металлургия» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); +7(914)1786650. E-mail: startsevsv@mail.ru.

Mr. Vladimir S. Startsev – MA of Engineering, Department of Mechanical Engineering and Metallurgy, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); +7(914)1786650. E-mail: startsevsv@mail.ru.

Аннотация. Изложена методика определения нормальных и касательных напряжений в тонкостенном композитном стержне. Представлен подход для определения продольных напряжений в стержне с произвольной формой сечения. Рассмотрен частный случай определения нормальных напряжений в стержнях круглого сечения.

Summary. The paper sets forth a method for determining normal and shear stresses in a thin-walled composite rod. We suggest a technique for measuring the axis stress in an arbitrary section-shape rod. We consider the special case of determining normal stresses in round-shaped rods.

Ключевые слова: тонкостенный стержень, нормальные и касательные напряжения, композит, труба.

Key words: thin-walled rod, normal and shear stresses, composite, pipe.

УДК 629.7:539.4

Тонкостенные стержни делятся на две системы: с открытым и закрытым контуром поперечного сечения, который в свою очередь подразделяется на одно- и многозамкнутый. В частности, к открытым относятся изделия, изготовленные из листа и профилей, к закрытым – изделия из труб различного поперечного сечения. Рассмотрим стержневую теорию удлиненных оболочек постоянной конструкции, т.е. для тонкостенных стержней, длина которых значительно больше размеров поперечного сечения, при этом отсутствуют резкое изменение жесткости изделия, дополнительные элементы по длине, вырезы.

Тонкостенные стержни воспринимают изгибающие моменты, поперечные силы и крутящие моменты, как балки. В большинстве случаев в строительстве конструкции подкрепляются стальной арматурой.

Определение нормальных напряжений

Выражение для продольных нормальных напряжений запишем в виде

$$\delta_z = B(\omega' + \theta_x' y + \theta_y' x), \quad (1)$$

где B – продольная жесткость.

Продольная жесткость B для стержней, воспринимающих осевое усилие, у которых угол армирования не превышает $10 \dots 15^\circ$, вычисляется по формуле

$$B = \frac{E_z}{1 - \nu_{zs} \nu_{sz}},$$

где E_z – модуль Юнга; ν_{zs} и ν_{sz} – коэффициенты Пуассона вдоль и поперек волокон соответственно.

В физических соотношениях

$$\begin{aligned} M_x &= S_x \omega' + D_x \theta_x' + D_{xy} \theta_y', \\ M_y &= S_y \omega' + D_{xy} \theta_x' + D_y \theta_y', \\ M_z &= C_y (u' + \theta_y) + C_x (v' + \theta_x) + D \theta_z', \\ N &= S_z \omega' + S_x \theta_x' + S_y \theta_y', \\ Q_x &= K_x (u' + \theta_y) + K_{xy} (v' + \theta_x) + C_x \theta_z', \\ Q_y &= K_{xy} (u' + \theta_y) + K_y (v' + \theta_x) + C_y \theta_z' \end{aligned} \quad (2)$$

параметр S_z является осевой упругостью стержня, а параметры S_x , S_y и D соответствуют статическим моментам и моментам инерции поперечного сечения. В частности, если по формулам

$$\begin{aligned} x_0 &= S_y / S_z, \\ y_0 &= S_x / S_z \end{aligned}$$

ввести параметры, аналогичные координатам центра тяжести поперечного сечения, то из четвертого равенства (2) найдем

$$\omega' = \frac{N}{S_z} - (y_0\theta'_x + x_0\theta'_y). \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в 1-е и 2-е соотношения (2), решим их относительно θ'_x и θ'_y :

$$\theta'_x = \frac{k}{D_x^0} (\bar{M}_x - n_y \bar{M}_y), \quad \theta'_y = \frac{k}{D_y^0} (\bar{M}_y - n_x \bar{M}_x). \quad (4)$$

В равенствах (4) введены следующие обозначения:

$$k = \frac{1}{1 - n_x n_y}, \quad n_x = \frac{D_{xy}^0}{D_x^0}, \quad n_y = \frac{D_{xy}^0}{D_y^0},$$

$$\bar{M}_x = M_x - y_0 P, \quad \bar{M}_y = M_y - x_0 P, \quad (5)$$

$$D_x^0 = D_x - y_0^2 S, \quad D_y^0 = D_y - x_0^2 S, \quad D_{xy}^0 = D_{xy} - x_0 y_0 S.$$

Равенства (5) аналогичны формулам для моментов инерции поперечного сечения относительно центральных осей. Окончательно (с учетом выражений (3), (4)) формула для продольных напряжений (1) принимает вид

$$\delta_z = B(s) \left[\frac{N}{S_z} + k \left(\frac{\bar{M}_x}{D_x^0} \bar{y} + \frac{\bar{M}_y}{D_y^0} \bar{x} \right) \right], \quad (6)$$

где $\bar{x} = x - x_0 - n_x (y - y_0)$; $\bar{y} = y - y_0 - n_y (x - x_0)$.

Полученные формулы соответствуют произвольной форме поперечного сечения. Если оно имеет одну ось симметрии, например ось OX (см. рис. 1, а), то в физических соотношениях (2) имеем $S_x = 0$, $D_{xy} = 0$. Тогда $y_0 = 0$; $D_{xy}^0 = 0$; $D_x^0 = D_x$; $n_x = n_y = 0$; $k = 1$ и равенство (6) упрощается следующим образом:

$$\delta_z = B \left[\frac{N}{S_z} + \frac{M_x}{D_x} y + \frac{\bar{M}_y}{D_y^0} (x - x_0) \right].$$

Для сечения, имеющего две оси симметрии (см. рис. 1, б) дополнительно $S_y = 0$;

$$x_0 = 0; \quad D_y^0 = D_y \quad \text{и} \quad \delta_z = B \left[\frac{N}{S_z} + \frac{M_x}{D_x} y + \frac{M_y}{D_y} x \right].$$

В частности, для круглого стержня, если углы армирования и толщины всех слоев композита не изменяются вдоль контура сечения ($B = \text{const}$), имеем $x = R \sin \beta$, $y = R \cos \beta$,

$$S_z = 2\pi R B h, \quad D_x = D_y = \pi B R^3 h \quad \text{и} \quad \delta_z = \frac{1}{2\pi h R} \left[N + \frac{2}{R} (M_x \cos \beta + M_y \sin \beta) \right].$$

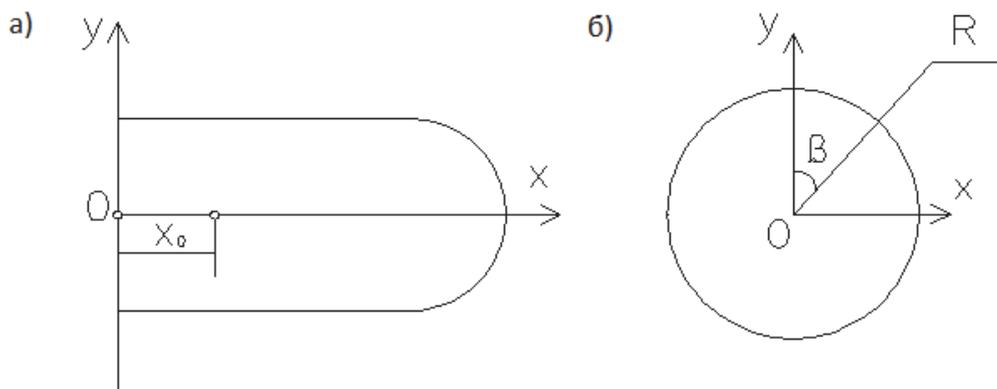


Рис. 1. Поперечное сечение с одной (а) и двумя (б) осями симметрии

Определение касательных напряжений

В теории изгиба и кручения тонкостенных стержней предполагается, что нормальные и касательные напряжения распределены по толщине стенки равномерно и касательные напряжения τ сводятся к потоку касательных напряжений $q = \tau h$, который часто называют потоком касательных сил.

Для определения потока касательных напряжений выделим из стержня элемент с размерами $dSdz$ (см. рис. 2) и рассмотрим его равновесие, считая, что поверхностная нагрузка в направлении оси z отсутствует, т.е. продольная сила для данного участка постоянна ($N = \text{const}$).

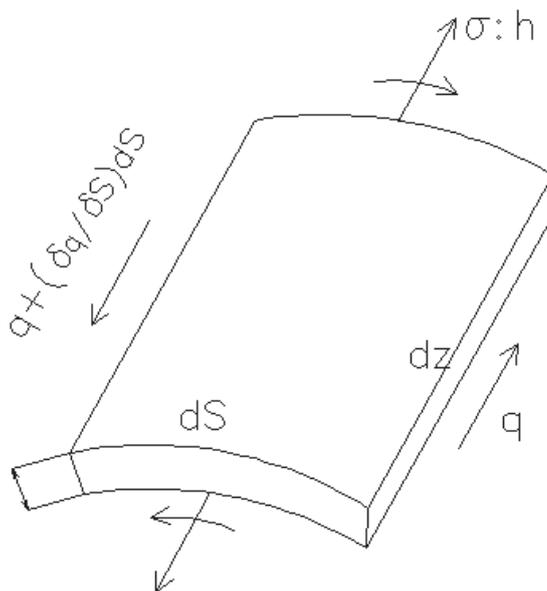


Рис. 2. Элемент стенки стержня

Спроектируем все действующие силы на ось z :

$$\left(\delta_z + \frac{\partial \delta_z}{\partial z} dz \right) h dS - \delta_z h dS + \left(q + \frac{\partial q}{\partial S} dS \right) dz - q dz = 0,$$

откуда после очевидных преобразований получим

$$\frac{\partial \delta_z}{\partial z} h + \frac{\partial q}{\partial S} = 0$$

и после интегрирования по S

$$q = - \int_0^S \frac{\partial \delta_z}{\partial z} h ds + q_0(z), \quad (7)$$

где $q_0 = q(S=0)$ – поток в точке $S=0$.

Ввиду того, что контур сечения является замкнутым, для вычисления интеграла в формуле (7) необходимо выбрать начало координат S (см. рис. 3), причем произвольность выбора этой точки компенсируется потоком q_0 .

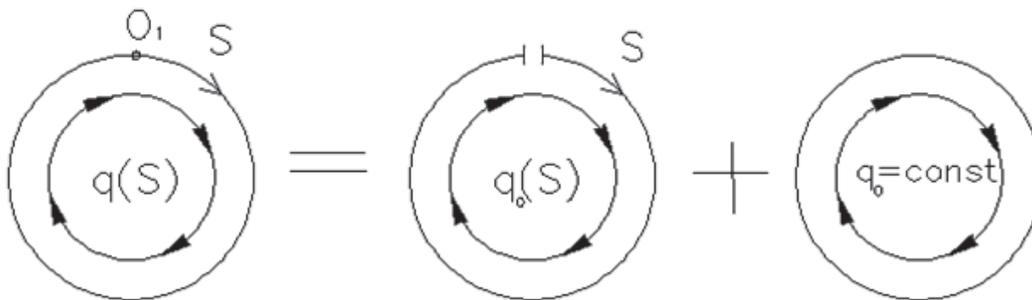


Рис. 3. Составляющие потока касательных напряжений

Выражение (7) можно представить в виде

$$q = q_Q + q_0, \quad (8)$$

где

$$q_Q = - \int_0^S \frac{\partial \delta_z}{\partial z} ds. \quad (9)$$

Поскольку $q_Q(S=0) = 0$, а q_0 не зависит от S , то равенство (8) допускает наглядную физическую интерпретацию (см. рис. 3), основанную на том, что в стержне с продольным разрезом поток касательных напряжений на краю сечения обращается в нуль. Действительно, в силу парности касательных напряжений поток, действующий по краю BC (см. рис. 4), равен нулю в точке B , если продольный край AB свободен от нагрузки. Таким образом, при вычислении потока q_Q удобно считать, что контур условно разрезан в точке O_1 (см. рис. 3). Тогда постоянный поток q_0 можно считать компенсирующим этот условный разрез.

Подставляя в равенство (9) выражение для нормальных напряжений (6) и учитывая, что в нем от z зависят \bar{M}_x и \bar{M}_y , получим

$$q_Q = -k \left[\frac{M'_x}{D_x^0} \bar{S}_x(s) + \frac{M'_y}{D_y^0} \bar{S}_y(s) \right],$$

где $\bar{S}_x(s) = \int_0^s h B \bar{y} dS$, $\bar{S}_y(s) = \int_0^s h B \bar{x} dS$.

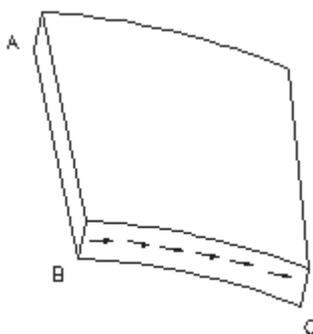


Рис. 4. Элемент стержня со свободным концом

Функции $\bar{S}_x(s)$ и $\bar{S}_y(s)$ соответствуют статическим моментам отсеченной части сечения (отсчет от разреза) относительно осей OX и OY .

Отметим, что если в стержне есть продольные элементы, то $\bar{S}_x(s)$ и $\bar{S}_y(s)$ вычисляются с учетом этих элементов.

Учитывая, что $M'_x = Q_y$, $M'_y = Q_x$ и $N = \text{const}$, окончательно получим

$$q_Q = -k \left[\frac{Q_y}{D_x^0} \bar{S}_x(s) + \frac{Q_x}{D_y^0} \bar{S}_y(s) \right].$$

Знаки \bar{S}_x и \bar{S}_y зависят от знаков координат \bar{x}, \bar{y} и принятого начала отсчета координат S . Составляющая q_Q порождается поперечными силами, и ее знак определяется знаками поперечных сил Q_x , Q_y и обобщенных статических моментов \bar{S}_x , \bar{S}_y . При этом положительный поиск касательных напряжений q_Q совпадает с выбранным направлением обхода контура, а отрицательный поиск принимается в противоположном направлении. Таким образом, распределение потока касательных напряжений по контуру поперечного сечения определяется по формуле

$$q = -k \left[\frac{Q_y}{D_x^0} \bar{S}_x(s) + \frac{Q_x}{D_y^0} \bar{S}_y(s) \right] + q_0. \quad (10)$$

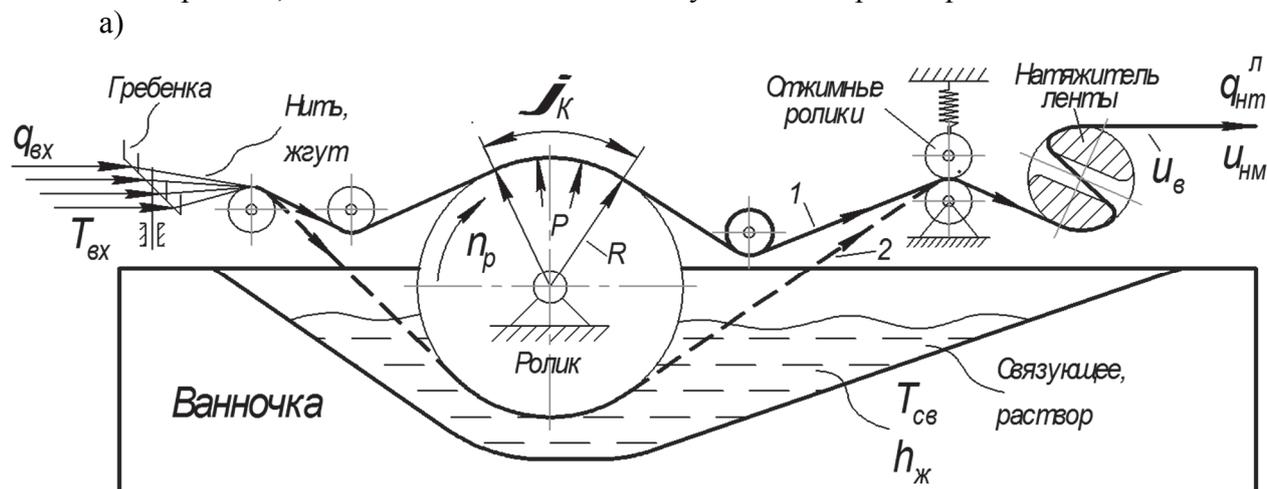
Касательные напряжения определяются из равенства $\tau = q/h$.

Следует отметить, что поток q_0 , входящий в формулу (10), является пока неизвестным и определяется по-разному в зависимости от степени замкнутости контура. Так, однозамкнутое сечение является статически определимым, многозамкнутое – статически не определимым, а стержень с открытым контуром при решении задачи кручения является даже геометрически изменяемой системой. Поэтому необходимо последовательно рассматривать определение касательных напряжений для каждого типа поперечного сечения тонкостенных конструкций.

Данная теория применима при производстве труб из композиционных материалов. На рис. 5 представлена схема формирования и пропитки волокнистой ленты жидкими связующими или растворами. Нити, жгуты или ровинги поступают из шпуляричника на индивидуальные натяжители и с помощью гребенки собираются в ленту, которая подается в пропиточную ванну со связующим или раствором. После отжима связующего лента поступает на

натяжитель ленты, далее – на намотку изделия или в сушильную камеру в случае изготовления препрега.

В производстве намоточных полуфабрикатов из волокнистых наполнителей на основе жидких связующих или растворов наибольшее применение нашли два следующих основных способа пропитки (см. рис. 5). Способ 1: погружением и непрерывным протягиванием нитей, жгутов, ровингов или тканых лент через пропиточную ванну с раствором или со связующим; способ 2: пропитка однонаправленных волокнистых наполнителей и тканых лент с помощью контактного ролика, находящегося в жидком связующем или растворе.



б)

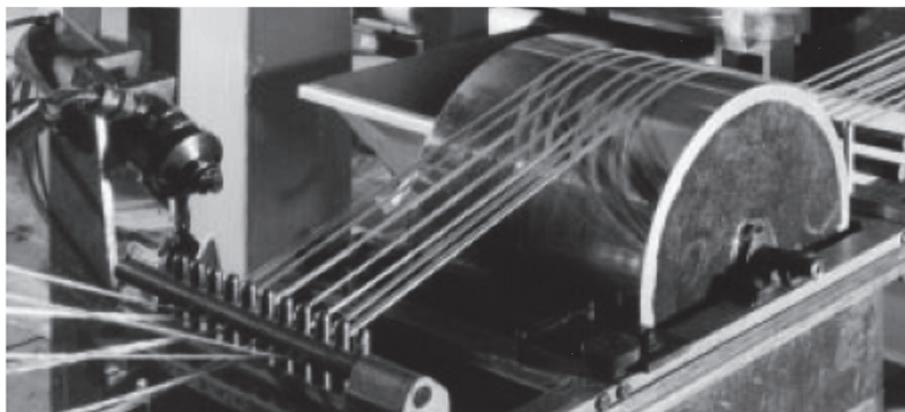


Рис. 5. Схема формирования и пропитки волокнистой ленты жидкими связующими или растворами (а) и проточная ванна (б)

Экспериментальные исследования сопротивления внутреннему давлению с тензометрированием композитной оболочки проводят на модельных криволинейных трубопроводах (см. рис. 6, а). В процессе испытаний определяют характеристики деформации стеклопластиковой оболочки, оценивают прочность заделки соединительных фланцев, а также изучают характер и место разрушения (см. рис. 6, б). При нагружении криволинейного трубопровода давление деформации определяют в поперечном (e_1) и в продольном (e_2) направлениях, а также вдоль витка нитей ($e_{км}$) с помощью пластических тензодатчиков типа КБ-10-200П.

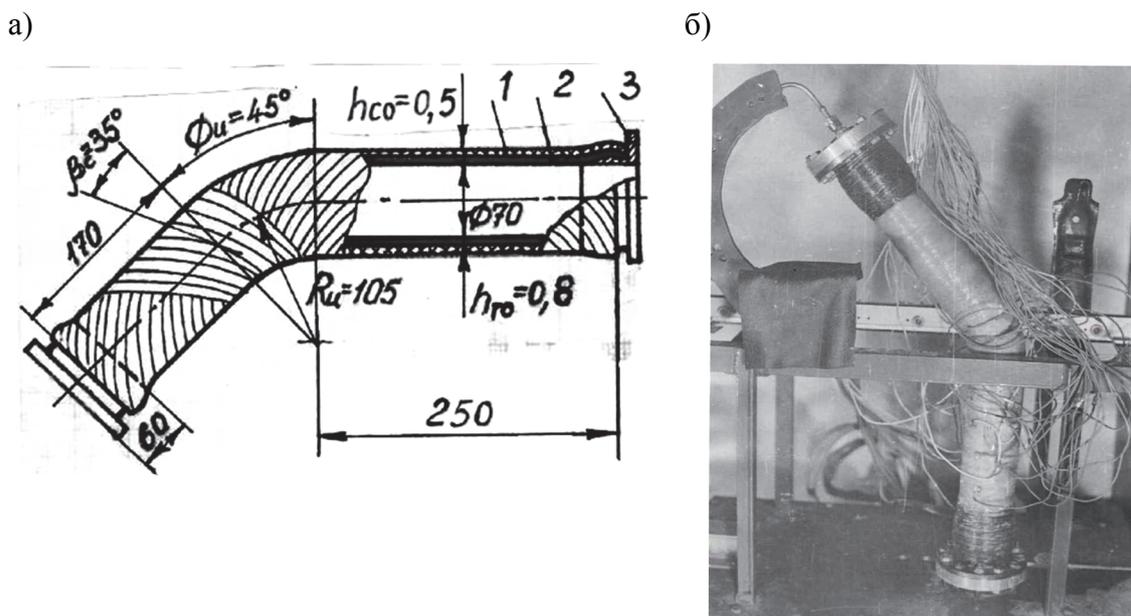


Рис. 6. Схема криволинейного трубопровода (а) его гидроиспытания (б):
 1 – стеклопластиковая оболочка; 2 – герметизирующая оболочка;
 3 – металлический фланец

Намотанные стеклопластиковые трубопроводы имеют удовлетворительную работоспособность герметизирующей и силовой оболочек, фланцевой заделки. Эксперименты подтвердили, что наиболее слабое место в трубопроводе – внешняя сторона изогнутого участка, где и происходит разрушение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чумадин, А. С. Основы авиа- и ракетостроения / А. С. Чумадин, В. И. Ершов, Б. Н. Марьин [и др.]. – М.: Инфра, 2008. – 992 с.
2. Немировский, Ю. В. О некоторых особенностях уравнений оболочек, армированных волокнами постоянного поперечного сечения / Ю. В. Немировский, А. П. Янковский // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1997. – Т. 3. – № 2 – С. 15-39.
3. Янковский, А. П. Идентификация структур армирования композиционных конструкций на основе результатов теплофизических экспериментов об установившихся колебаниях температуры / А. П. Янковский // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 84. – № 2. – С. 324-333.
4. Смердов, А. А. Оптимизация характеристик демпфирования многослойных композиционных материалов / А. А. Смердов // Авиационная промышленность. – 2006. – № 2. – С. 12-18.
5. Лейзерович, Г. С. О взаимодействии форм изгибных колебаний тонких круговых цилиндрических оболочек с разными параметрами волнообразования / Г. С. Лейзерович, В. С. Симонов // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2012. – № IV-1(12). – С. 9-12.